



Ekonometri ve İstatistik Sayı:4 2006- 12-28

**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ**  
**İKTİSAT FAKÜLTESİ**  
**EKONOMETRİ VE İSTATİSTİK**  
**DERGİSİ**

# White’ın Heteroskedisite Tutarlı Kovaryans Matrisi Tahmini Yoluyla Heteroskedasite Altında Model Tahmini

Yrd. Doç. Dr. Kutluk Kağan Sümer \*

Bu makale 27.05.2005 tarihinde alınmış hakem kontrolü sonrasında yayını uygun bulunmuştur.

## Abstract

This paper presents estimation of the White’s Heteroskedasticity Consistent Covariances and simple a solutions suggestion for Heteroskedasticity problem. According to White “when heteroskedasticity can not be completely eliminated, the heteroskedasticity consistent covariance matrix allows correct inferences and coeidence intervals to be obtained.”

**Keywords::** White, Heteroskedasticity, Robus Estimation; Heteroskedasticity Consistent Covariance, Eviews

## Özet

Bu çalışma White’ın Heteroskedasite tutarlı kovaryanslarının tahmini ve heteroskedasite problemine basit bir çözüm önerisi üzerinde durmaktadır. White a göre “Heteroskedasite tamamen elimine edilemeyecekse Heteroskedisite Tutarlı Kovaryans Matrisi doğru nokta ve aralık tahminleri elde edilmesine müsaade edecektir.”

**Anahtar Kelimeler:** White, Heteroskedasite, Değişken Varyans, Robus Tahmin; Heteroskedasite Tutarlı Kovaryans, Eviews

\* **Adres:** İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri Bölümü  
**E-Mail:** [kutluk@istanbul.edu.tr](mailto:kutluk@istanbul.edu.tr)

## White'in Heteroskedasite Tutarlı Kovaryans Matrisi Tahmini Yoluyla Heteroskedasite Altında Model Tahmini

Heteroskedasite, bilindiği gibi Gauss-Markov hipotezinin ve Klasik En Küçük Kareler yönteminin temel varsayımlarından olan “Hata terimi bütün gözlemler için sabit varyanslıdır.  $E(\varepsilon^2) = \sigma^2$ ” varsayımından yani homoskedasite durumundan sapmaya verilen isimdir. Kısaca Heteroskedasitenin sebepleri şu şekilde özetlenebilir:

- Heteroskedasite tanımlama hatalarından veya lüzumlu bir değişkenin model dışında bırakılmasından kaynaklanabilir.

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{t2} + \beta_3 X_{t3} + \beta_4 X_{t4} + \dots + \beta_k X_{tk} + \varepsilon_t$$

şeklinde olması gereken model, lüzumlu bir değişkenin model dışında bırakılmasından dolayı

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{t2} + \beta_3 X_{t3} + \beta_4 X_{t4} + \dots + \beta_{k-1} X_{tk-1} + u_t$$

şeklinde kurulmuş olabilir. Burada,

$$u_t = \beta_k X_{tk} + \varepsilon_t$$

$$Var(u_t) = \beta_k^2 Var(X_{tk}) + Var(\varepsilon_t)$$

olarak heteroskedasiteye sebep olabilecektir.

- Heteroskedasite modelin fonksiyonel yapısından kaynaklanabilir.
- Veri toplama hatalarından kaynaklanabilir.
- Bağımlı değişkende yapılan ölçme hatalarından kaynaklanabilir.

Heteroskedasitenin sonuçlarını özetleyecek olursak:

- Homoskedasite varsayımı geçerli değilse, parametre tahmin edicileri sistematik hatasızdır. Fakat etkin değildirler. Bu sebeple en iyi doğrusal sistematik hatasız parametre tahmin edicileri değildirler. Parametre tahmin ediciler asimtotik etkin de değildirler.

- Parametre tahmin edicilerinin etkin olmaması varyanslarında büyük veya küçük tahmin edilmelerine sebep olur. Bunun sebebi kullanılan formüllerin sistematik hatalı olmasıdır.
- Parametre tahmin edicilerinin varyanslarının yanlış tahmin edilmesi, yapılacak aralık tahminlerini, t ve F testlerini de yanlışlığa sürükler.

White çalışmalarında bulduğu ve adıyla anılan varyans ve standart hatalarla ilgili metodun asimtotik (büyük örnek için) olarak gerçek ana kütle değerlerine ait geçerli bir metot olduğunu göstermiştir.<sup>1</sup> Bu gün birçok ekonometri paket programı White'ın heteroskesite tutarlı kovaryans matrisi yardımıyla tahminler yapmaktadır.

White'a göre hesaplanan heteroskesite tutarlı kovaryans matrisi yardımıyla parametre varyanslarının büyük veya küçük tahmin edilmelerine ve varyansların yanlış tahmin edilmesi yapılacak aralık tahminlerini t ve F testlerini de yanlışlığa sürüklemesine karşı geliştirilmiş bir metottur. Heteroskesite tutarlı kovaryans matrisi ile hesaplanan modelde heteroskedasite ortadan kalkmamakla beraber heteroskedasitenin modelde yaptığı varyansların büyük veya küçük tahmin edilmesinden kaynaklanan tahribat ortadan kaldırılmaya çalışılacaktır.

White'ın önerdiği heteroskesite tutarlı kovaryans matrisinin hesaplanması aşağıdaki şekilde yapılacaktır.<sup>2</sup>

$$\hat{\Sigma}_w = \frac{T}{T-k} (X'X)^{-1} \left( \sum_{t=1}^T u_t^2 x_t x_t' \right) (X'X)^{-1}$$

**T** → Gözlem Sayısı

**k** → regressor sayısı (değişken sayısı)

**$u_t$**  → EKK kalıntıları (hata terimleri)

<sup>1</sup> White, H. ; “A heteroskedasity consistent covariance matrix estimator and a direct test of heteroskedasity”; *Econometrica*; V.48; 1980; S.817-818

<sup>2</sup> Daha Detaylı bilgi için White,H.; age

Eğer tahmin edilen hata terimleri seri korelasyonluysa (otokorelasyon) hem heteroskedasite hem de bilinmeyen formdaki otokorelasyonlar için Newey-West HAC Tutarlı Kovaryansları (1987) daha geliştirilmiş bir metot olarak kullanılır. Newey-West HAC Tutarlı Kovaryansları için kullanılan hesaplama aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\Sigma}_{NW} = \frac{T}{T-k} (X'X)^{-1} \hat{\Omega} (X'X)^{-1}$$

$$\hat{\Omega} = \frac{T}{T-k} \left\{ \sum_{t=1}^T u_t^2 x_t x_t' + \sum_{v=1}^q \left( \left( 1 - \frac{v}{1+q} \right) \sum_{t=v+1}^T x_t u_t u_{t-v} x_{t-v}' + x_{t-v} u_{t-v} u_t x_t' \right) \right\}$$

burada  $q$ , truncation gecikmeleri (truncation lag) ifade etmektedir.  $u_t$  EKK kalıntılarıdır (hata terimleri). Newey and West  $q$  yu tespit için

$$q = \text{floor}(4 (T/100)^{2/9})$$

dan faydalanmaktadır.<sup>3</sup>

Floor fonksiyonu parantez içindeki sayının kendinden büyük olmayan en büyük tamsayıyı vermektedir.<sup>4</sup>

### EVIEWS ile White'in Heteroskedisite Tutarlı Kovaryans Matrisi Uygulaması

Türk Ekonomisi için 1970-2001 yılları arası GSMH ve M2 (Para Arzı) arasında bir regresyon denklemi kurulacak olursa aşağıdaki gibidir.

$$\text{GSMH} = 725267.8 + 3.86 \text{ M2}$$

$$(523949.8) \quad (0.047)$$

Bu modele ait  $s_{\beta_0}^2 = 523949.8$   $s_{\beta_1}^2 = 0.047$  olacaktır.

<sup>3</sup> EVIEWS 4.0 Help; Dizin White Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariances

<sup>4</sup> floor(1.23) = 1  
floor(-3.1) = -4



Modele ait EViews çıktısı aşağıdaki gibidir. (Tablo-1)

Dependent Variable: GSMH  
Method: Least Squares  
Date: 08/08/05 Time: 16:07  
Sample: 1970 2001  
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	725267.8	523949.8	1.384231	0.1765
M2	3.863838	0.047877	80.70285	0.0000
R-squared	0.995415	Mean dependent var	15553568	
Adjusted R-squared	0.995262	S.D. dependent var	40325154	
S.E. of regression	2775684.	Akaike info criterion	32.57115	
Sum squared resid	2.31E+14	Schwarz criterion	32.66276	
Log likelihood	-519.1385	F-statistic	6512.950	
Durbin-Watson stat	2.085006	Prob(F-statistic)	0.000000	

(Tablo-1)

Modele White Heteroskedasite testi uygulandığında modelde heteroskedasite bulunduğu görülmektedir. (Tablo-2)

White Heteroskedasticity Test:

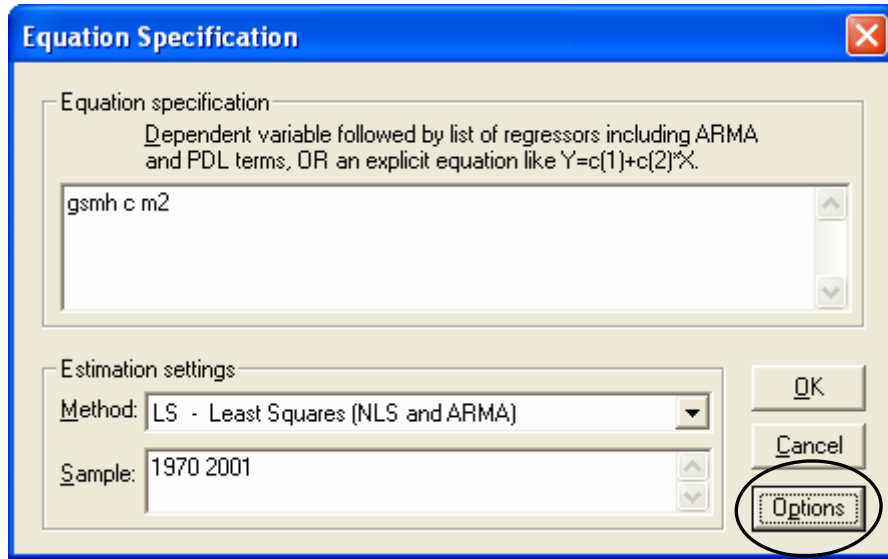
F-statistic	42.65543	Probability	0.000000
Obs*R-squared	23.88179	Probability	0.000007

Test Equation:  
Dependent Variable: RESID^2  
Method: Least Squares  
Date: 08/08/05 Time: 16:07  
Sample: 1970 2001  
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.07E+12	1.79E+12	0.595091	0.5564
M2	4978932.	555357.5	8.965273	0.0000
M2^2	-0.108142	0.013601	-7.950845	0.0000
R-squared	0.746306	Mean dependent var	7.22E+12	
Adjusted R-squared	0.728810	S.D. dependent var	1.77E+13	
S.E. of regression	9.24E+12	Akaike info criterion	62.63576	
Sum squared resid	2.48E+27	Schwarz criterion	62.77318	
Log likelihood	-999.1722	F-statistic	42.65543	
Durbin-Watson stat	1.770860	Prob(F-statistic)	0.000000	

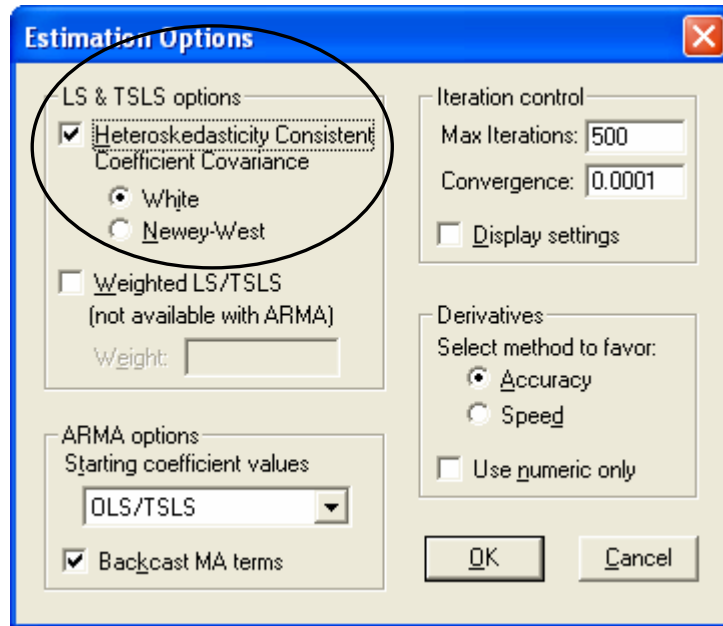
(Tablo-2)

Yukarıdaki modelimize ait parametrelerin standart hatalarını White'in Heteroskedisite Tutarlı Kovaryans Matrisi Tahmini Yoluyla hesaplamak için Equation Spesification ekranına değişkenlerimizi girdikten sonra Options düğmesine basarız. (Şekil-1)



Şekil -1

Karşımıza çıkan Estimation Options Penceresinden Heteroskedasticity Consistent Coefficient Covariance onay kutusunu onaylar ve White Radyo Düğmesini Seçeriz. (Şekil-2)



Şekil-2

Modelimize ait parametrelerin standart hatalarını White'in Heteroskedisite Tutarlı Kovaryans Matrisi Tahmini Yoluyla hesaplanmış değerleri  $s_{\beta_0}^2 = 351520.2$   $s_{\beta_1}^2 = 0.071$  olacaktır.

Modele ait EViews çıktısı aşağıdaki gibidir. (Tablo-3)

Dependent Variable: GSMH  
Method: Least Squares  
Date: 08/08/05 Time: 16:08  
Sample: 1970 2001  
Included observations: 32

White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	725267.8	351520.2	2.063232	0.0478
M2	3.863838	0.071097	54.34608	0.0000
R-squared	0.995415	Mean dependent var		15553568
Adjusted R-squared	0.995262	S.D. dependent var		40325154
S.E. of regression	2775684.	Akaike info criterion		32.57115
Sum squared resid	2.31E+14	Schwarz criterion		32.66276
Log likelihood	-519.1385	F-statistic		6512.950
Durbin-Watson stat	2.085006	Prob(F-statistic)		0.000000

(Tablo-3)

White'ın Heteroskedisite Tutarlı Kovaryans Matrisi Tahmini ile hesaplanan modelin white testi ile kontrolünü yaptığımızda, modelde hala heteroskedasitenin olduğunu görebiliriz. (Tablo-4) White'ın Heteroskedisite Tutarlı Kovaryans Matrisi ile modeldeki heteroskedasite kaldırılmamış sadece heteroskedasitenin modelde yaptığı varyansların büyük veya küçük tahmin edilmesinden kaynaklanan tahribat ortadan kaldırılmıştır.

White Heteroskedasticity Test:

F-statistic	42.65543	Probability	0.000000
Obs*R-squared	23.88179	Probability	0.000007

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2  
Method: Least Squares  
Date: 08/08/05 Time: 16:09  
Sample: 1970 2001  
Included observations: 32

White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.07E+12	6.86E+11	1.555565	0.1307
M2	4978932.	1266135.	3.932386	0.0005
M2^2	-0.108142	0.028257	-3.827028	0.0006
R-squared	0.746306	Mean dependent var		7.22E+12
Adjusted R-squared	0.728810	S.D. dependent var		1.77E+13
S.E. of regression	9.24E+12	Akaike info criterion		62.63576
Sum squared resid	2.48E+27	Schwarz criterion		62.77318
Log likelihood	-999.1722	F-statistic		42.65543
Durbin-Watson stat	1.770860	Prob(F-statistic)		0.000000

(Tablo-4)

Modelimizde her ne kadar oto korelasyon yoksa da (Tablo-1 Durbin-Watson d istatistiğinden görülebilir) Newey-West HAC Tutarlı Kovaryansları hesaplanacak olursa (Şekil-2 Heteroskedasticity Consistent Coefficient Covariance onay kutusunu onaylar ve Newey-West Radyo Düğmesini Seçeriz.) Bu değerler (Tablo-5) deki EVIEWS çıktısında görüldüğü gibi olacaktır.

Dependent Variable: GSMH				
Method: Least Squares				
Date: 08/08/05 Time: 17:01				
Sample: 1970 2001				
Included observations: 32				
Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=3)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	725267.8	526983.9	1.376262	0.1789
M2	3.863838	0.034620	111.6084	0.0000
R-squared	0.995415	Mean dependent var		15553568
Adjusted R-squared	0.995262	S.D. dependent var		40325154
S.E. of regression	2775684.	Akaike info criterion		32.57115
Sum squared resid	2.31E+14	Schwarz criterion		32.66276
Log likelihood	-519.1385	F-statistic		6512.950
Durbin-Watson stat	2.085006	Prob(F-statistic)		0.000000

Tablo-5

### Sonuç :

Örnek uygulamada da görüldüğü gibi Heteroskesite tutarlı kovaryans matrisi ile hesaplanan modelde, heteroskedasite ortadan kalkmamakla beraber heteroskedasitenin modelde yaptığı varyansların büyük veya küçük tahmin edilmesinden kaynaklanan tahribat White'in Heteroskesite tutarlı varyans tahminleri ile ortadan kaldırılabilir.